

حساب دیفرانسیل و انتگرال

جلد دوم

مؤلف:

تام م. اپوستل

مترجم:

علی اکبر عالمزاده

نیاز دانش

پیشگفتار مترجم

این کتاب جلد دوم اثر معروف آپوستل است که به فارسی ترجمه و تقدیم می‌شود کتاب پس از پیش گفتار مترجم و فهرست مطالب آغاز می‌شود. فصل اول به فضاهای خطی می‌پردازد. فصل دوم به تبدیلات خطی و ماتریسها اختصاص دارد، فصل سوم دترمینانها را به تفسیر شرح می‌دهد، فصل چهارم مقدارهای ویژه و بردارهای ویژه را به طور مشروح ارائه می‌دهد. فصل پنجم مقدارهای ویژه عملگرهایی که بر فضاهای اقلیدسی عمل می‌کنند را شرح می‌دهد. فصل ششم به معادلات دیفرانسیل خطی اختصاص دارد. فصل هفتم دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل را پوشش می‌دهد. فصل هشتم در ارتباط با حساب دیفرانسیل میدانهای اسکالر و برداری می‌باشد. فصل نهم به کاربردهای حساب دیفرانسیل می‌پردازد. فصل ده انتگرال‌های خط را به طور مشروح توضیح می‌دهد. فصل یازدهم در ارتباط با انتگرالهای چندگانه می‌باشد. فصل دوازدهم انتگرالهای سطح را توضیح خواهد داد. فصل سیزدهم راجع به توابع مجموعه‌ای و احتمال مقدماتی می‌باشد. فصل چهاردهم به حساب احتمالات اختصاص دارد. فصل پانزدهم در مورد آشنایی با آنالیز عددی می‌باشد.

این کتاب همراه با جلد اول آن در بین کتابهای حساب دیفرانسیل و انتگرال منحصر به فرد بوده و این مبحث را به طور جدی ارائه می‌دهد و می‌تواند برای تمامی رشته‌های ریاضی و مهندسی و همچنین علوم پایه که نظری جدی در مورد این مبحث دارند مورد استفاده قرار گیرد.

دکتر علی اکبر عالم زاده

فهرست مطالب

قسمت یک

آنالیز خطی

| فصل ۱ | فصل ۲ |
|--|---|
| ۱۵- فضاهای خطی..... | ۴۵- تبدیلات خطی و ماتریسها..... |
| ۱-۱ مقدمه..... | ۱-۲ تبدیلات خطی..... |
| ۲-۱ تعریف فضای خطی..... | ۲-۲ فضای پوچ و برد..... |
| ۳-۱ چند مثال از فضاهای خطی..... | ۳-۲ پوچه و رتبه..... |
| ۴-۱ نتایج مقدماتی اصول موضوع..... | ۴-۲ تمرین..... |
| ۵-۱ تمرین..... | ۵-۲ اعمال جبری بر تبدیلات خطی..... |
| ۶-۱ زیرفضاهای یک فضای خطی..... | ۶-۲ معکوسها..... |
| ۷-۱ مجموعه‌های وابسته و مستقل در یک فضای خطی..... | ۷-۲ تبدیلات خطی یک به یک..... |
| ۸-۱ پایه‌ها و بعد..... | ۸-۲ تمرین..... |
| ۹-۱ مؤلفه‌ها..... | ۹-۲ تبدیلات خطی با مقادیر مقرر..... |
| ۱۰-۱ تمرین..... | ۱۰-۲ نمایشهای ماتریسی تبدیلات خطی..... |
| ۱۱-۱ ضربهای داخلی، فضاهای اقلیدسی، نرمها..... | ۱۱-۲ ساختن نمایش ماتریسی به شکل قطری..... |
| ۱۲-۱ تعامد در فضای اقلیدسی..... | ۱۲-۲ تمرین..... |
| ۱۳-۱ تمرین..... | ۱۳-۲ فضاهای خطی از ماتریسها..... |
| ۱۴-۱ ساختن مجموعه‌های متعامد. فرایند گرام-اشمیت..... | ۱۴-۲ یکرینختی بین تبدیلات خطی و ماتریسها..... |
| ۱۵-۱ متمم‌های متعامد. تصویرها..... | ۱۵-۲ ضرب ماتریسها..... |
| ۱۶-۱ بهترین تقریب عنصرها در یک فضای اقلیدسی به وسیله عنصرهای یک زیرفضای با بعد متناهی..... | ۱۶-۲ تمرین..... |
| ۱۷-۱ تمرین..... | ۱۷-۲ دستگاههای معادلات خطی..... |
| | ۱۸-۲ روشهای محاسبه..... |
| | ۱۹-۲ معکوس ماتریسهای مربعی..... |
| | ۲۰-۲ تمرین..... |
| | ۲۱-۲ تمرینات گوناگون در باب ماتریسها..... |

- ۷-۴ اثر یک ماتریس.....۱۱۹
 ۸-۴ تمرین.....۱۲۰
 ۹-۴ ماتریسهایی که یک تبدیل خطی را نمایش می‌دهند. ماتریسهای متشابه.....۱۲۲
 ۱۰-۴ تمرین.....۱۲۵

فصل ۵ مقدارهای ویژه عملگرهایی که بر

- فضاهای اقلیدسی عمل می‌کنند.....۱۲۷
 ۱-۵ مقدارهای ویژه و ضربهای داخلی.....۱۲۷
 ۲-۵ تبدیلات هرمیتی و هرمیتی اریب.....۱۲۸
 ۳-۵ مقدارهای ویژه و بردارهای ویژه عملگرهای هرمیتی و هرمیتی اریب.....۱۳۰
 ۴-۵ تعامل بردارهای ویژه نظیر به مقدارهای ویژه متمایز.....۱۳۱
 ۵-۵ تمرین.....۱۳۱
 ۶-۵ وجود یک مجموعه متعامد یکه از بردارهای ویژه برای عملگرهای هرمیتی و هرمیتی اریب که بر فضاهای با بعد متناهی عمل می‌کنند.....۱۳۳
 ۷-۵ نمایشهای ماتریسی برای عملگرهای هرمیتی و هرمیتی اریب.....۱۳۴
 ۸-۵ ماتریسهای هرمیتی و هرمیتی اریب. الحاقی یک ماتریس.....۱۳۵
 ۹-۵ قطری سازی یک ماتریس هرمیتی یا هرمیتی اریب.....۱۳۶
 ۱۰-۵ ماتریسهای یکه‌ای. ماتریسهای متعامد.....۱۳۷
 ۱۱-۵ تمرین.....۱۳۸
 ۱۲-۵ فرمهای درجه دوم.....۱۴۰
 ۱۳-۵ تحویل یک فرم درجه دوم حقیقی به شکل قطری.....۱۴۲
 ۱۴-۵ چند کاربرد در هندسه تحلیلی.....۱۴۴
 ۱۵-۵ تمرین.....۱۴۸

فصل ۳ دترمینانها.....۸۵

- ۱-۳ مقدمه.....۸۵
 ۲-۳ انگیزه انتخاب اصول موضوع برای تابع دترمینان.....۸۶
 ۳-۳ مجموعه اصول موضوع برای تابع دترمینان.....۸۷
 ۴-۳ محاسبه دترمینانها.....۸۹
 ۵-۳ قضیه یکتایی.....۹۲
 ۶-۳ تمرین.....۹۳
 ۷-۳ فرمول ضرب برای دترمینانها.....۹۵
 ۸-۳ دترمینان معکوس یک ماتریس نامنفرد.....۹۶
 ۹-۳ دترمینانها و استقلال بردارها.....۹۶
 ۱۰-۳ دترمینان یک ماتریس قطری قالبی.....۹۷
 ۱۱-۳ تمرین.....۹۸
 ۱۲-۳ فرمولهای بسط برای دترمینانها. مینورها و همسازها.....۹۹
 ۱۳-۳ وجود تابع دترمینان.....۱۰۲
 ۱۴-۳ دترمینان یک ترانزاده.....۱۰۴
 ۱۵-۳ ماتریس همسازهای.....۱۰۴
 ۱۶-۳ قاعده کرامر.....۱۰۶
 ۱۷-۳ تمرین.....۱۰۶

فصل ۴ مقدارهای ویژه و بردارهای ویژه.....۱۰۹

- ۱-۴ تبدیلات خطی با نمایشهای ماتریسی قطری.....۱۰۹
 ۲-۴ بردارهای ویژه و مقدارهای ویژه یک تبدیل خطی.....۱۱۰
 ۳-۴ استقلال خطی بردارهای ویژه نظیر به مقدارهای ویژه متمایز.....۱۱۳
 ۴-۴ تمرین.....۱۱۴
 ۵-۴ حالت ابعاد متناهی. چندجمله‌ایهای مشخص.....۱۱۵
 ۶-۴ محاسبه مقدارهای ویژه و بردارهای ویژه در حالت ابعاد متناهی.....۱۱۷

| | | | |
|--|-----|--|-----|
| ۱۶-۶ تمرینات گوناگون در باب معادلات دیفرانسیل خطی..... | ۱۴۸ | ۱۶-۵ مقادیر فرم درجه دوم آن..... | ۱۴۸ |
| ۱۷-۶ معادلات خطی مرتبه دوم با ضرایب تحلیلی..... | ۱۸۳ | *۱۷-۵ خواص اکسترمال مقادیرهای ویژه یک تبدیل متقارن..... | ۱۵۰ |
| ۱۸-۶ معادله لژاندر..... | ۱۸۵ | *۱۸-۵ حالت ابعاد متناهی..... | ۱۵۱ |
| ۱۹-۶ چندجمله‌ایهای لژاندر..... | ۱۸۸ | ۱۹-۵ تبدیلات یک‌ای..... | ۱۵۱ |
| ۲۰-۶ فرمول رد ریگوز برای چندجمله‌ایهای لژاندر..... | ۱۹۰ | ۲۰-۵ تمرین..... | ۱۵۴ |
| ۲۱-۶ تمرین..... | ۱۹۱ | | |
| ۲۲-۶ روش فروبنیوس..... | ۱۹۴ | | |
| ۲۳-۶ معادله بسل..... | ۱۹۶ | | |
| ۲۴-۶ تمرین..... | ۲۰۱ | | |
| | | فصل ۶ معادلات دیفرانسیل خطی..... | ۱۵۷ |
| | | ۱-۶ مقدمه تاریخی..... | ۱۵۷ |
| | | ۲-۶ مرور نتایج مربوط به معادلات خطی مراتب اول و دوم..... | ۱۵۸ |
| | | ۳-۶ تمرین..... | ۱۵۹ |
| | | ۴-۶ معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه n | ۱۶۱ |
| | | ۵-۶ قضیه وجودی - یکتایی..... | ۱۶۲ |
| | | ۶-۶ بعد فضای جواب یک معادله خطی همگن..... | ۱۶۲ |
| | | ۷-۶ جبر عملگرهای ثابت ضریب..... | ۱۶۳ |
| | | ۸-۶ تعیین یک پایه از جوابها برای معادلات خطی با ضرایب ثابت به وسیله تجزیه عملگرها..... | ۱۶۵ |
| | | ۹-۶ تمرین..... | ۱۶۹ |
| | | ۱۰-۶ رابطه بین معادلات همگن و غیرهمگن..... | ۱۷۱ |
| | | ۱۱-۶ تعیین یک جواب خصوصی معادله غیرهمگن. روش تغییر پارامتر..... | ۱۷۱ |
| | | ۱۲-۶ نامفردی ماتریس رونسکی n جواب مستقل یک معادله خطی همگن..... | ۱۷۵ |
| | | ۱۳-۶ روشهای خاص برای تعیین یک جواب خصوصی معادله غیرهمگن. تحویل به یک دستگاه معادلات خطی مرتبه اول..... | ۱۷۷ |
| | | ۱۴-۶ روش صفرساز برای تعیین یک جواب خصوصی معادله غیرهمگن..... | ۱۷۷ |
| | | ۱۵-۶ تمرین..... | ۱۸۰ |
| فصل ۷ دستگاههای معادلات دیفرانسیل..... | ۲۰۵ | | |
| ۱-۷ مقدمه..... | ۲۰۵ | | |
| ۲-۷ حساب توابع ماتریسی..... | ۲۰۷ | | |
| ۳-۷ سریهای نامتناهی از ماتریسها. نرم ماتریسها..... | ۲۰۸ | | |
| ۴-۷ تمرین..... | ۲۰۹ | | |
| ۵-۷ ماتریس نمایی..... | ۲۱۰ | | |
| ۶-۷ معادله دیفرانسیل برقرار به وسیله e^{tA} | ۲۱۱ | | |
| ۷-۷ قضیه یکتایی برای معادله دیفرانسیل ماتریسی $F'(t) = AF(t)$ | ۲۱۲ | | |
| ۸-۷ قانون نماها برای ماتریسهای نمایی..... | ۲۱۳ | | |
| ۹-۷ قضایای وجودی و یکتایی برای دستگاههای خطی همگن با ضرایب ثابت..... | ۲۱۳ | | |
| ۱۰-۷ محاسبه e^{tA} | ۲۱۴ | | |
| ۱۱-۷ قضیه کیلی - هامیلتون..... | ۲۱۶ | | |
| ۱۲-۷ تمرین..... | ۲۱۷ | | |
| ۱۳-۷ روش پوتزر برای محاسبه e^{tA} | ۲۱۹ | | |
| ۱۴-۷ روشهای دیگر برای محاسبه e^{tA} در حالات خاص..... | ۲۲۱ | | |
| ۱۵-۷ تمرین..... | ۲۲۴ | | |

| | | | |
|----------|--|----------|--|
| ۲۳۹..... | دستگاههای غیرخطی مرتبه اول..... | ۱۶-۷ | دستگاههای خطی غیرهمگن با |
| ۲۳-۷ | برهان قضیه وجودی-یکتایی برای | ۲۲۵..... | ضرایب ثابت..... |
| ۲۴۰..... | دستگاههای غیرخطی مرتبه اول..... | ۱۷-۷ | تمرین..... |
| ۲۴۲..... | ۲۴-۷ تمرین..... | ۱۸-۷ | دستگاه خطی کلی |
| ۲۴۴..... | * ۲۵-۷ تقریبات متوالی و نقاط ثابت عملگرها..... | ۲۳۰..... | $Y'(t) = P(t)Y(t) + Q(t)$ |
| ۲۴۵..... | * ۲۶-۷ فضاهای خطی نردار..... | ۱۹-۷ | روش سری توانی برای حل دستگاههای |
| ۲۴۶..... | * ۲۷-۷ عملگرهای انقباض..... | ۲۳۳..... | خطی همگن..... |
| ۲۸-۷ | * ۲۸-۷ قضیه نقطه ثابت برای عملگرهای | ۲۳۳..... | تمرین..... |
| ۲۴۷..... | انقباض..... | ۲۱-۷ | اثبات قضیه وجودی به روش تقریبات متوالی |
| ۲۴۸..... | * ۲۹-۷ کاربردهای قضیه نقطه ثابت..... | ۲۲-۷ | روش تقریبات متوالی اعمال شده بر |

قسمت دو

آنالیز غیرخطی

| | | | |
|----------|--|----------|--|
| ۱۶-۸ | کاربرد در هندسه. مجموعه‌های تراز. صفحات | فصل ۸ | حساب دیفرانسیل میدانهای اسکالر و |
| ۲۷۶..... | مماس..... | ۲۵۳..... | برداری..... |
| ۲۷۸..... | ۱۷-۸ تمرین..... | ۱-۸ | توابع از R^n به R^m میدانهای اسکالر |
| ۲۸۰..... | ۱۸-۸ مشتقات میدانهای برداری..... | ۲۵۳..... | و برداری..... |
| ۲۸۱..... | ۱۹-۸ مشتقپذیری، پیوستگی را ایجاد می‌کند..... | ۲۵۴..... | ۲-۸ گویهای باز و مجموعه‌های باز..... |
| ۲۸۰-۸ | ۲۰-۸ قاعده زنجیره‌ای برای مشتقات میدانهای | ۲۵۵..... | ۳-۸ تمرین..... |
| ۲۸۲..... | برداری..... | ۲۵۸..... | ۴-۸ حدود و پیوستگی..... |
| ۲۸۳..... | * ۲۱-۸ شکل ماتریسی قاعده زنجیره‌ای..... | ۲۶۱..... | ۵-۸ تمرین..... |
| ۲۸۵..... | ۲۲-۸ تمرین..... | ۲۶۲..... | ۶-۸ مشتق یک میدان اسکالر نسبت به یک بردار..... |
| * ۲۳-۸ | شرایط کافی برای تساوی مشتقات جزئی | ۲۶۴..... | ۷-۸ مشتقات جهتی و مشتقات جزئی..... |
| ۲۸۷..... | مخلوط..... | ۲۶۵..... | ۸-۸ مشتقات جزئی مراتب بالاتر..... |
| ۲۹۰..... | ۲۴-۸ تمرینات گوناگون..... | ۲۶۶..... | ۹-۸ تمرین..... |
| | | ۲۶۷..... | ۱۰-۸ مشتقات جهتی و پیوستگی..... |
| | | ۲۶۸..... | ۱۱-۸ مشتق کل..... |
| | | ۲۶۹..... | ۱۲-۸ گرادیان یک میدان اسکالر..... |
| | | ۲۷۱..... | ۱۳-۸ شرط کافی برای مشتقپذیری..... |
| | | ۲۷۲..... | ۱۴-۸ تمرین..... |
| | | ۱۵-۸ | قاعده زنجیره‌ای برای مشتقات میدانهای |
| | | ۲۷۴..... | اسکالر..... |
| ۲۹۳..... | فصل ۹ کاربردهای حساب دیفرانسیل..... | | |
| ۲۹۳..... | ۱-۹ معادلات دیفرانسیل جزئی..... | | |
| ۲۹۴..... | ۲-۹ معادله دیفرانسیل جزئی مرتبه اول با ضرایب | | |
| ۲۹۶..... | ثابت..... | | |
| | ۳-۹ تمرین..... | | |

| | |
|--|---|
| ۱۰-۱۱ دومین قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و | ۴-۹ معادله موج یک بعدی..... ۲۹۷ |
| انتگرال برای انتگرالهای خط..... ۳۴۱ | ۵-۹ تمرین..... ۳۰۱ |
| ۱۰-۱۲ کاربردهایی در مکانیک..... ۳۴۳ | ۶-۹ مشتق توابعی که به طور ضمنی تعریف شده اند..... ۳۰۳ |
| ۱۰-۱۳ تمرین..... ۳۴۴ | ۷-۹ مثالهای حل شده..... ۳۰۷ |
| ۱۰-۱۴ اولین قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و | ۸-۹ تمرین..... ۳۱۰ |
| انتگرال برای انتگرالهای خط..... ۳۴۶ | ۹-۹ ماکزیممها، مینیممها، و نقاط زینی..... ۳۱۲ |
| ۱۰-۱۵ شرایط لازم و کافی برای گرادیان بودن یک | ۱۰-۹ فرمول تیلور مرتبه دوم برای میدانهای |
| میدان برداری..... ۳۴۷ | اسکالر..... ۳۱۶ |
| ۱۰-۱۶ شرایط لازم برای گرادیان بودن یک میدان | ۱۱-۹ سرشت نقطه ایستا که با مقادیر ویژه ماتریس |
| برداری..... ۳۴۸ | هسی معین می شود..... ۳۱۸ |
| ۱۰-۱۷ روشهای خاص برای ساختن توابع | ۱۲-۹ آزمون مشتق دوم برای اکسترممهای توابع |
| پتانسیل..... ۳۵۰ | دومتغیره..... ۳۲۰ |
| ۱۰-۱۸ تمرین..... ۳۵۲ | ۱۳-۹ تمرین..... ۳۲۱ |
| ۱۰-۱۹ کاربردهایی در معادلات دیفرانسیل کامل | ۱۴-۹ اکسترممها با قیود. ضرایب لاگرانژ..... ۳۲۲ |
| مرتبه اول..... ۳۵۴ | ۱۵-۹ تمرین..... ۳۲۵ |
| ۱۰-۲۰ تمرین..... ۳۵۶ | ۱۶-۹ قضیه مقدار اکسترمیم برای میدانهای اسکالر |
| ۱۰-۲۱ توابع پتانسیل بر مجموعه های محدب..... ۳۵۷ | پیوسته..... ۳۲۶ |
| | ۱۷-۹ قضیه پیمای کوچک برای میدانهای اسکالر |
| | پیوسته (پیوستگی یکنواخت)..... ۳۲۹ |
| فصل ۱۱ انتگرالهای چندگانه..... ۳۶۱ | |
| ۱۱-۱ مقدمه..... ۳۶۱ | |
| ۱۱-۲ افراز مستطیلهای. توابع پله ای..... ۳۶۲ | |
| ۱۱-۳ انتگرال مضاعف یک تابع پله ای..... ۳۶۳ | |
| ۱۱-۴ تعریف انتگرال مضاعف یک تابع تعریف شده | |
| و کراندار بر یک مستطیل..... ۳۶۴ | |
| ۱۱-۵ انتگرالهای مضاعف بالایی و پایینی..... ۳۶۵ | |
| ۱۱-۶ محاسبه انتگرال مضاعف به وسیله تکرار | |
| انتگرالگیری یک بعدی..... ۳۶۶ | |
| ۱۱-۷ تعبیر هندسی انتگرال مضاعف به عنوان حجم..... ۳۶۷ | |
| ۱۱-۸ مثالهای حل شده..... ۳۶۸ | |
| ۱۱-۹ تمرین..... ۳۶۹ | |
| ۱۱-۱۰ انتگرالپذیری توابع پیوسته..... ۳۷۰ | |
| ۱۱-۱۱ انتگرالپذیری توابع کراندار با ناپیوستگیها..... ۳۷۲ | |
| | فصل ۱۰ انتگرالهای خط..... ۳۳۱ |
| | ۱-۱۰ مقدمه..... ۳۳۱ |
| | ۲-۱۰ مسیرها و انتگرالهای خط..... ۳۳۱ |
| | ۳-۱۰ نمادهای دیگر برای انتگرالهای خط..... ۳۳۲ |
| | ۴-۱۰ خواص اساسی انتگرالهای خط..... ۳۳۴ |
| | ۵-۱۰ تمرین..... ۳۳۶ |
| | ۶-۱۰ مفهوم کار به صورت انتگرال خط..... ۳۳۶ |
| | ۷-۱۰ انتگرالهای خط نسبت به طول قوس..... ۳۳۷ |
| | ۸-۱۰ کاربردهای دیگر انتگرالهای خط..... ۳۳۸ |
| | ۹-۱۰ تمرین..... ۳۳۹ |
| | ۱۰-۱۰ مجموعه های همبند باز. استقلال از مسیر..... ۳۴۰ |

| | | | |
|----------|---|--|--|
| ۴۲۳..... | فصل ۱۲ انتگرالهای سطح | ۱۲-۱۱ تعمیم انتگرالهای مضاعف روی ناحیه های | |
| ۴۲۳..... | ۱-۱۲ نمایش پارامتری سطح | ۳۷۳..... | کلینتر |
| ۴۲۶..... | ۲-۱۲ حاصل ضرب برداری اساسی | ۳۷۵..... | ۱۳-۱۱ کاربردهایی در مساحت و حجم |
| ۴۲۹..... | ۳-۱۲ حاصل ضرب برداری اساسی به عنوان قائم به سطح | ۳۷۶..... | ۱۴-۱۱ مثالهای حل شده |
| ۴۲۹..... | ۴-۱۲ تمرین | ۳۷۸..... | ۱۵-۱۱ تمرین |
| ۴۳۰..... | ۵-۱۲ مساحت یک سطح پارامتری | ۳۸۰..... | ۱۶-۱۱ کاربردهای دیگری از انتگرالهای مضاعف |
| ۴۳۵..... | ۶-۱۲ تمرین | ۳۸۳..... | ۱۷-۱۱ دو قضیه از پاپوس |
| ۴۳۶..... | ۷-۱۲ انتگرالهای سطح | ۳۸۴..... | ۱۸-۱۱ تمرین |
| ۴۳۸..... | ۸-۱۲ تغییر نمایش پارامتری | ۳۸۶..... | ۱۹-۱۱ قضیه گریندر صفحه |
| ۴۴۰..... | ۹-۱۲ نمادهای دیگر برای انتگرالهای سطح | ۳۸۹..... | ۲۰-۱۱ چند کاربرد قضیه گرین |
| ۴۴۱..... | ۱۰-۱۲ تمرین | ۳۹۰..... | ۲۱-۱۱ شرط لازم و کافی برای گرادیان بودن یک میدان برداری دوبعدی |
| ۴۴۳..... | ۱۱-۱۲ قضیه استوکس | ۳۹۲..... | ۲۲-۱۱ تمرین |
| ۴۴۵..... | ۱۲-۱۲ کرل و دیورژانس یک میدان برداری | ۳۹۲..... | * ۱۱-۲۳ قضیه گرین برای ناحیه های همبند چندگانه |
| ۴۴۷..... | ۱۳-۱۲ تمرین | ۳۹۴..... | ۱۱-۲۴ عدد گردشی |
| ۴۴۸..... | ۱۴-۱۲ خواص دیگر کرل و دیورژانس | ۳۹۶..... | * ۱۱-۲۵ تمرین |
| ۴۵۲..... | ۱۵-۱۲ تمرین | ۳۹۸..... | ۱۱-۲۶ تغییر متغیر در انتگرال مضاعف |
| ۴۵۳..... | * ۱۶-۱۲ بازسازی یک میدان برداری از کرل خود | ۳۹۹..... | ۱۱-۲۷ حالات خاص فرمول تبدیل |
| ۴۵۶..... | * ۱۷-۱۲ تمرین | ۴۰۳..... | ۱۱-۲۸ تمرین |
| ۴۵۸..... | ۱۸-۱۲ تعمیمهای قضیه استوکس | ۴۰۶..... | ۱۱-۲۹ برهان فرمول تبدیل در حالت خاص |
| ۴۶۱..... | ۱۹-۱۲ قضیه دیورژانس (قضیه گاوس) | ۴۰۸..... | ۱۱-۳۰ برهان فرمول تبدیل در حالت کلی |
| ۴۶۴..... | ۲۰-۱۲ کاربردهای قضیه دیورژانس | ۴۱۰..... | ۱۱-۳۱ تعمیم به ابعاد بالاتر |
| ۴۶۶..... | ۲۱-۱۲ تمرین | ۴۱۲..... | ۱۱-۳۲ تغییر متغیر در انتگرال n گانه |
| | | ۴۱۴..... | ۱۱-۳۳ مثالهای حل شده |
| | | ۴۱۶..... | ۱۱-۳۴ تمرین |

قسمت سه

مباحث ویژه

| | | | |
|----------|--|------------------------------------|-------------------|
| ۴۷۴..... | ۱۳-۲ توابع مجموعه ای به طور متناهی جمعی | ۱۳ فصل ۱۳ توابع مجموعه ای و احتمال | |
| ۴۷۶..... | ۱۳-۳ اندازه های به طور متناهی جمعی | ۴۷۳..... | مقدماتی |
| ۴۷۶..... | ۱۳-۴ تمرین | ۴۷۳..... | ۱۳-۱ مقدمه تاریخی |
| ۴۷۸..... | ۱۳-۵ تعریف احتمال برای فضاهای نمونه متناهی | | |

| | | | |
|----------|---|----------|--|
| ۶۰۶..... | ۱۵-۱۸ تمرین..... | ۵۸۵..... | ۱۵-۶ چند جمله‌ایهای درونیاب..... |
| ۶۰۸..... | ۱۵-۱۹ انتگرالگیری تقریبی، قاعده دوزنقه..... | ۵۸۸..... | ۱۵-۷ نقاط درونیابی متساوی الفاصله..... |
| ۶۱۱..... | ۱۵-۲۰ قاعده سیمپسون..... | ۵۸۹..... | ۱۵-۸ تحلیل خطا در درونیابی چند جمله‌ای..... |
| ۶۱۵..... | ۱۵-۲۱ تمرین..... | ۵۹۱..... | ۱۵-۹ تمرین..... |
| ۶۱۹..... | ۱۵-۲۲ فرمول جمع‌بندی اوایلر..... | ۵۹۴..... | ۱۵-۱۰ فرمول درونیابی نیوتن..... |
| ۶۲۴..... | ۱۵-۲۳ تمرین..... | ۵۹۴..... | ۱۵-۱۱ نقاط درونیابی متساوی الفاصله، عملگر |
| ۶۲۶..... | مراجع پیشنهادی..... | ۵۹۶..... | تفاضلی پیشرو..... |
| ۶۲۹..... | پاسخنامه..... | ۵۹۸..... | ۱۵-۱۲ چند جمله‌ایهای فاکتوریل..... |
| ۶۸۵..... | واژه‌نامه فارسی به انگلیسی..... | ۵۹۸..... | ۱۵-۱۳ تمرین..... |
| ۶۹۵..... | واژه‌نامه انگلیسی به فارسی..... | ۶۰۱..... | ۱۵-۱۴ مسئله مینیم نسبت به نرم max..... |
| | | ۶۰۱..... | ۱۵-۱۵ چند جمله‌ایهای چیشف..... |
| | | ۶۰۴..... | ۱۵-۱۶ خاصیت مینیمال چند جمله‌ایهای |
| | | ۶۰۴..... | چیشف..... |
| | | ۶۰۵..... | ۱۵-۱۷ کاربرد در فرمول خطا برای درونیابی..... |

قسمت یک
آنالیز خطی