

حساب دیفرانسیل و انتگرال

جلد دوم

مؤلف:

تام م. اپوستل

مترجم:

علی اکبر عالمزاده

نیاز دانش

پیشگفتار مترجم

این کتاب جلد دوم اثر معروف آپوستل است که به فارسی ترجمه و تقدیم می‌شود کتاب پس از پیش گفتار مترجم و فهرست مطالب آغاز می‌شود. فصل اول به فضاهای خطی می‌پردازد. فصل دوم به تبدیلات خطی و ماتریسها اختصاص دارد، فصل سوم دترمینانها را به تفسیر شرح می‌دهد، فصل چهارم مقدارهای ویژه و بردارهای ویژه را به طور مشروح ارائه می‌دهد. فصل پنجم مقدارهای ویژه عملگرهایی که بر فضاهای اقلیدسی عمل می‌کنند را شرح می‌دهد. فصل ششم به معادلات دیفرانسیل خطی اختصاص دارد. فصل هفتم دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل را پوشش می‌دهد. فصل هشتم در ارتباط با حساب دیفرانسیل میدانهای اسکالر و برداری می‌باشد. فصل نهم به کاربردهای حساب دیفرانسیل می‌پردازد. فصل ده انتگرال‌های خط را به طور مشروح توضیح می‌دهد. فصل یازدهم در ارتباط با انتگرالهای چندگانه می‌باشد. فصل دوازدهم انتگرالهای سطح را توضیح خواهد داد. فصل سیزدهم راجع به توابع مجموعه‌ای و احتمال مقدماتی می‌باشد. فصل چهاردهم به حساب احتمالات اختصاص دارد. فصل پانزدهم در مورد آشنایی با آنالیز عددی می‌باشد.

این کتاب همراه با جلد اول آن در بین کتابهای حساب دیفرانسیل و انتگرال منحصر به فرد بوده و این مبحث را به طور جدی ارائه می‌دهد و می‌تواند برای تمامی رشته‌های ریاضی و مهندسی و همچنین علوم پایه که نظری جدی در مورد این مبحث دارند مورد استفاده قرار گیرد.

دکتر علی اکبر عالم زاده

فهرست مطالب

قسمت یک

آنالیز خطی

| فصل ۱ | فضاهای خطی | فصل ۲ | تبدیلات خطی و ماتریسها |
|-------|--|-------|--|
| ۱-۱ | مقدمه | ۴۵ | تبدیلات خطی و ماتریسها |
| ۲-۱ | تعریف فضای خطی | ۴۵ | ۱-۲ تبدیلات خطی |
| ۳-۱ | چند مثال از فضاهای خطی | ۴۷ | ۲-۲ فضای پوچ و برد |
| ۴-۱ | نتایج مقدماتی اصول موضوع | ۴۸ | ۳-۲ پوچه و رتبه |
| ۵-۱ | تمرین | ۴۹ | ۴-۲ تمرین |
| ۶-۱ | زیرفضاهای یک فضای خطی | ۵۰ | ۵-۲ اعمال جبری بر تبدیلات خطی |
| ۷-۱ | مجموعه‌های وابسته و مستقل در یک فضای خطی | ۵۲ | ۶-۲ معکوسها |
| ۸-۱ | پایه‌ها و بعد | ۵۴ | ۷-۲ تبدیلات خطی یک به یک |
| ۹-۱ | مؤلفه‌ها | ۵۶ | ۸-۲ تمرین |
| ۱۰-۱ | تمرین | ۵۸ | ۹-۲ تبدیلات خطی با مقادیر مقرر |
| ۱۱-۱ | ضربهای داخلی، فضاهای اقلیدسی، نرمها | ۵۹ | ۱۰-۲ نمایشهای ماتریسی تبدیلات خطی |
| ۱۲-۱ | تعامد در فضای اقلیدسی | ۶۱ | ۱۱-۲ ساختن نمایش ماتریسی به شکل قطری |
| ۱۳-۱ | تمرین | ۶۳ | ۱۲-۲ تمرین |
| ۱۴-۱ | ساختن مجموعه‌های متعامد. فرایند گرام-اشمیت | ۶۵ | ۱۳-۲ فضاهای خطی از ماتریسها |
| ۱۵-۱ | متمم‌های متعامد. تصویرها | ۶۶ | ۱۴-۲ یکرینختی بین تبدیلات خطی و ماتریسها |
| ۱۶-۱ | بهترین تقریب عنصرها در یک فضای اقلیدسی | ۶۷ | ۱۵-۲ ضرب ماتریسها |
| ۱۷-۱ | به‌وسیلهٔ عنصرهای یک زیرفضای با بعد متناهی | ۷۰ | ۱۶-۲ تمرین |
| ۱۷-۲ | تمرین | ۷۲ | ۱۷-۲ دستگانه‌های معادلات خطی |
| | | ۷۴ | ۱۸-۲ روشهای محاسبه |
| | | ۷۸ | ۱۹-۲ معکوس ماتریسهای مربعی |
| | | ۷۹ | ۲۰-۲ تمرین |
| | | ۸۱ | ۲۱-۲ تمرینات گوناگون در باب ماتریسها |

- ۷-۴ اثر یک ماتریس ۱۱۹
 ۸-۴ تمرین ۱۲۰
 ۹-۴ ماتریسهایی که یک تبدیل خطی را نمایش
 می‌دهند. ماتریسهای متشابه ۱۲۲
 ۱۰-۴ تمرین ۱۲۵

فصل ۵ مقدارهای ویژه عملگرهایی که بر

- فضاهای اقلیدسی عمل می‌کنند ۱۲۷
 ۱-۵ مقدارهای ویژه و ضربهای داخلی ۱۲۷
 ۲-۵ تبدیلات هرمیتی و هرمیتی اریب ۱۲۸
 ۳-۵ مقدارهای ویژه و بردارهای ویژه عملگرهای
 هرمیتی و هرمیتی اریب ۱۳۰
 ۴-۵ تعامل بردارهای ویژه نظیر به مقدارهای ویژه
 متمایز ۱۳۱
 ۵-۵ تمرین ۱۳۱
 ۶-۵ وجود یک مجموعه متعامد یکه از بردارهای
 ویژه برای عملگرهای هرمیتی و هرمیتی اریب که
 بر فضاهای با بعد متناهی عمل می‌کنند ۱۳۳
 ۷-۵ نمایشهای ماتریسی برای عملگرهای هرمیتی و
 هرمیتی اریب ۱۳۴
 ۸-۵ ماتریسهای هرمیتی و هرمیتی اریب. الحاقی
 یک ماتریس ۱۳۵
 ۹-۵ قطری سازی یک ماتریس هرمیتی یا هرمیتی
 اریب ۱۳۶
 ۱۰-۵ ماتریسهای یکه‌ای. ماتریسهای متعامد ۱۳۷
 ۱۱-۵ تمرین ۱۳۸
 ۱۲-۵ فرمهای درجه دوم ۱۴۰
 ۱۳-۵ تحویل یک فرم درجه دوم حقیقی به شکل
 قطری ۱۴۲
 ۱۴-۵ چند کاربرد در هندسه تحلیلی ۱۴۴
 ۱۵-۵ تمرین ۱۴۸

فصل ۳ دترمینانها ۸۵

- ۱-۳ مقدمه ۸۵
 ۲-۳ انگیزه انتخاب اصول موضوع برای تابع
 دترمینان ۸۶
 ۳-۳ مجموعه اصول موضوع برای تابع دترمینان ۸۷
 ۴-۳ محاسبه دترمینانها ۸۹
 ۵-۳ قضیه یکتایی ۹۲
 ۶-۳ تمرین ۹۳
 ۷-۳ فرمول ضرب برای دترمینانها ۹۵
 ۸-۳ دترمینان معکوس یک ماتریس نامنفرد ۹۶
 ۹-۳ دترمینانها و استقلال بردارها ۹۶
 ۱۰-۳ دترمینان یک ماتریس قطری قالبی ۹۷
 ۱۱-۳ تمرین ۹۸
 ۱۲-۳ فرمولهای بسط برای دترمینانها. مینورها و
 همسازها ۹۹
 ۱۳-۳ وجود تابع دترمینان ۱۰۲
 ۱۴-۳ دترمینان یک ترانزاده ۱۰۴
 ۱۵-۳ ماتریس همسازهای ۱۰۴
 ۱۶-۳ قاعده کرامر ۱۰۶
 ۱۷-۳ تمرین ۱۰۶

فصل ۴ مقدارهای ویژه و بردارهای ویژه ۱۰۹

- ۱-۴ تبدیلات خطی با نمایشهای ماتریسی قطری ۱۰۹
 ۲-۴ بردارهای ویژه و مقدارهای ویژه یک تبدیل
 خطی ۱۱۰
 ۳-۴ استقلال خطی بردارهای ویژه نظیر به مقدارهای
 ویژه متمایز ۱۱۳
 ۴-۴ تمرین ۱۱۴
 ۵-۴ حالت ابعاد متناهی. چندجمله‌ایهای مشخص ۱۱۵
 ۶-۴ محاسبه مقدارهای ویژه و بردارهای ویژه
 در حالت ابعاد متناهی ۱۱۷

| | |
|--|--|
| ۱۶-۶ تمرینات گوناگون در باب معادلات دیفرانسیل خطی..... ۱۸۱ | ۱۶-۵ مقدارهای ویژه یک تبدیل متقارن به عنوان مقادیر فرم درجه دوم آن..... ۱۴۸ |
| ۱۷-۶ معادلات خطی مرتبه دوم با ضرایب تحلیلی..... ۱۸۳ | * ۱۷-۵ خواص اکستریمال مقدارهای ویژه یک تبدیل متقارن..... ۱۵۰ |
| ۱۸-۶ معادله لژاندر..... ۱۸۵ | * ۱۸-۵ حالت ابعاد متناهی..... ۱۵۱ |
| ۱۹-۶ چندجمله‌ایهای لژاندر..... ۱۸۸ | ۱۹-۵ تبدیلات یک‌ای..... ۱۵۱ |
| ۲۰-۶ فرمول رد ریگوز برای چندجمله‌ایهای لژاندر..... ۱۹۰ | ۲۰-۵ تمرین..... ۱۵۴ |
| ۲۱-۶ تمرین..... ۱۹۱ | |
| ۲۲-۶ روش فروبنیوس..... ۱۹۴ | |
| ۲۳-۶ معادله بسل..... ۱۹۶ | |
| ۲۴-۶ تمرین..... ۲۰۱ | |
| | فصل ۶ معادلات دیفرانسیل خطی..... ۱۵۷ |
| | ۱-۶ مقدمه تاریخی..... ۱۵۷ |
| | ۲-۶ مرور نتایج مربوط به معادلات خطی مراتب اول و دوم..... ۱۵۸ |
| | ۳-۶ تمرین..... ۱۵۹ |
| | ۴-۶ معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه n ۱۶۱ |
| | ۵-۶ قضیه وجودی - یکتایی..... ۱۶۲ |
| | ۶-۶ بعد فضای جواب یک معادله خطی همگن..... ۱۶۲ |
| | ۷-۶ جبر عملگرهای ثابت ضریب..... ۱۶۳ |
| | ۸-۶ تعیین یک پایه از جوابها برای معادلات خطی با ضرایب ثابت به وسیله تجزیه عملگرها..... ۱۶۵ |
| | ۹-۶ تمرین..... ۱۶۹ |
| | ۱۰-۶ رابطه بین معادلات همگن و غیرهمگن..... ۱۷۱ |
| | ۱۱-۶ تعیین یک جواب خصوصی معادله غیرهمگن. روش تغییر پارامتر..... ۱۷۱ |
| | ۱۲-۶ نامفردی ماتریس رونسکی n جواب مستقل یک معادله خطی همگن..... ۱۷۵ |
| | ۱۳-۶ روشهای خاص برای تعیین یک جواب خصوصی معادله غیرهمگن. تحویل به یک دستگاه معادلات خطی مرتبه اول..... ۱۷۷ |
| | ۱۴-۶ روش صفرساز برای تعیین یک جواب خصوصی معادله غیرهمگن..... ۱۷۷ |
| | ۱۵-۶ تمرین..... ۱۸۰ |
| فصل ۷ دستگاههای معادلات دیفرانسیل..... ۲۰۵ | |
| ۱-۷ مقدمه..... ۲۰۵ | |
| ۲-۷ حساب توابع ماتریسی..... ۲۰۷ | |
| ۳-۷ سریهای نامتناهی از ماتریسها. نرم ماتریسها..... ۲۰۸ | |
| ۴-۷ تمرین..... ۲۰۹ | |
| ۵-۷ ماتریس نمایی..... ۲۱۰ | |
| ۶-۷ معادله دیفرانسیل برقرار به وسیله e^{tA} ۲۱۱ | |
| ۷-۷ قضیه یکتایی برای معادله دیفرانسیل ماتریسی $F'(t) = AF(t)$ ۲۱۲ | |
| ۸-۷ قانون نماها برای ماتریسهای نمایی..... ۲۱۳ | |
| ۹-۷ قضایای وجودی و یکتایی برای دستگاههای خطی همگن با ضرایب ثابت..... ۲۱۳ | |
| ۱۰-۷ محاسبه e^{tA} ۲۱۴ | |
| ۱۱-۷ قضیه کیلی - هامیلتون..... ۲۱۶ | |
| ۱۲-۷ تمرین..... ۲۱۷ | |
| ۱۳-۷ روش پوتزر برای محاسبه e^{tA} ۲۱۹ | |
| ۱۴-۷ روشهای دیگر برای محاسبه e^{tA} در حالات خاص..... ۲۲۱ | |
| ۱۵-۷ تمرین..... ۲۲۴ | |

| | | | |
|----------|--|----------|--|
| ۲۳۹..... | دستگاههای غیرخطی مرتبه اول..... | ۱۶-۷ | دستگاههای خطی غیرهمگن با |
| ۲۳-۷ | برهان قضیه وجودی-یکتایی برای | ۲۲۵..... | ضرایب ثابت..... |
| ۲۴۰..... | دستگاههای غیرخطی مرتبه اول..... | ۱۷-۷ | تمرین..... |
| ۲۴۲..... | ۲۴-۷ تمرین..... | ۱۸-۷ | دستگاه خطی کلی |
| ۲۴۴..... | * ۲۵-۷ تقریبات متوالی و نقاط ثابت عملگرها..... | ۲۳۰..... | $Y'(t) = P(t)Y(t) + Q(t)$ |
| ۲۴۵..... | * ۲۶-۷ فضاهای خطی نردار..... | ۱۹-۷ | روش سری توانی برای حل دستگاههای |
| ۲۴۶..... | * ۲۷-۷ عملگرهای انقباض..... | ۲۳۳..... | خطی همگن..... |
| ۲۸-۷ | * ۲۸-۷ قضیه نقطه ثابت برای عملگرهای | ۲۳۳..... | تمرین..... |
| ۲۴۷..... | انقباض..... | ۲۱-۷ | اثبات قضیه وجودی به روش تقریبات متوالی |
| ۲۴۸..... | * ۲۹-۷ کاربردهای قضیه نقطه ثابت..... | ۲۲-۷ | روش تقریبات متوالی اعمال شده بر |

قسمت دو

آنالیز غیرخطی

| | | | |
|----------|--|---------------|--|
| ۱۶-۸ | کاربرد در هندسه. مجموعه‌های تراز. صفحات | فصل ۸ | حساب دیفرانسیل میدانهای اسکالر و |
| ۲۷۶..... | مماس..... | برداری..... | ۲۵۳..... |
| ۱۷-۸ | تمرین..... | ۱-۸ | توابع از R^n به R^m میدانهای اسکالر |
| ۱۸-۸ | ۱۸-۸ مشتقات میدانهای برداری..... | و برداری..... | ۲۵۳..... |
| ۱۹-۸ | ۱۹-۸ مشتقپذیری، پیوستگی را ایجاد می‌کند..... | ۲-۸ | گویهای باز و مجموعه‌های باز..... |
| ۲۰-۸ | ۲۰-۸ قاعده زنجیره‌ای برای مشتقات میدانهای | ۳-۸ | تمرین..... |
| ۲۸۲..... | برداری..... | ۴-۸ | حدود و پیوستگی..... |
| ۲۸۳..... | * ۲۱-۸ شکل ماتریسی قاعده زنجیره‌ای..... | ۵-۸ | تمرین..... |
| ۲۸۵..... | ۲۲-۸ تمرین..... | ۶-۸ | مشتق یک میدان اسکالر نسبت به یک بردار..... |
| * ۲۳-۸ | * ۲۳-۸ شرایط کافی برای تساوی مشتقات جزئی | ۷-۸ | مشتقات جهتی و مشتقات جزئی..... |
| ۲۸۷..... | مخلوط..... | ۸-۸ | مشتقات جزئی مراتب بالاتر..... |
| ۲۹-۸ | ۲۴-۸ تمرینات گوناگون..... | ۹-۸ | تمرین..... |
| ۲۹۳..... | فصل ۹ کاربردهای حساب دیفرانسیل..... | ۱۰-۸ | مشتقات جهتی و پیوستگی..... |
| ۱-۹ | ۱-۹ معادلات دیفرانسیل جزئی..... | ۱۱-۸ | مشتق کل..... |
| ۲-۹ | ۲-۹ معادله دیفرانسیل جزئی مرتبه اول با ضرایب | ۱۲-۸ | گرادیان یک میدان اسکالر..... |
| ۲۹۴..... | ثابت..... | ۱۳-۸ | شرط کافی برای مشتقپذیری..... |
| ۲۹۶..... | ۳-۹ تمرین..... | ۱۴-۸ | تمرین..... |
| | | ۱۵-۸ | قاعده زنجیره‌ای برای مشتقات میدانهای |
| | | اسکالر..... | ۲۷۴..... |

| | |
|---|---|
| ۱۰-۱۱ دومین قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و | ۴-۹ معادله موج یک‌بعدی.....۲۹۷ |
| انتگرال برای انتگرالهای خط.....۳۴۱ | ۵-۹ تمرین.....۳۰۱ |
| ۱۰-۱۲ کاربردهایی در مکانیک.....۳۴۳ | ۶-۹ مشتق توابعی که به‌طور ضمنی تعریف |
| ۱۰-۱۳ تمرین.....۳۴۴ | شده‌اند.....۳۰۳ |
| ۱۰-۱۴ اولین قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و | ۷-۹ مثالهای حل شده.....۳۰۷ |
| انتگرال برای انتگرالهای خط.....۳۴۶ | ۸-۹ تمرین.....۳۱۰ |
| ۱۰-۱۵ شرایط لازم و کافی برای گرادیان بودن یک | ۹-۹ ماکزیممها، مینیممها، و نقاط زینی.....۳۱۲ |
| میدان برداری.....۳۴۷ | ۱۰-۹ فرمول تیلور مرتبه دوم برای میدانهای |
| ۱۰-۱۶ شرایط لازم برای گرادیان بودن یک میدان | اسکالر.....۳۱۶ |
| برداری.....۳۴۸ | ۱۱-۹ سرشت نقطه ایستا که با مقادیر ویژه ماتریس |
| ۱۰-۱۷ روشهای خاص برای ساختن توابع | هسی معین می‌شود.....۳۱۸ |
| پتانسیل.....۳۵۰ | ۱۲-۹ آزمون مشتق دوم برای اکسترممهای توابع |
| ۱۰-۱۸ تمرین.....۳۵۲ | دومتغیره.....۳۲۰ |
| ۱۰-۱۹ کاربردهایی در معادلات دیفرانسیل کامل | ۱۳-۹ تمرین.....۳۲۱ |
| مرتبه اول.....۳۵۴ | ۱۴-۹ اکسترممها با قیود. ضرایب لاگرانژ.....۳۲۲ |
| ۱۰-۲۰ تمرین.....۳۵۶ | ۱۵-۹ تمرین.....۳۲۵ |
| ۱۰-۲۱ توابع پتانسیل بر مجموعه‌های محدب.....۳۵۷ | ۱۶-۹ قضیه مقدار اکسترمیم برای میدانهای اسکالر |
| | پیوسته.....۳۲۶ |
| | ۱۷-۹ قضیه پیمای کوچک برای میدانهای اسکالر |
| | پیوسته (پیوستگی یکنواخت).....۳۲۹ |
| فصل ۱۱ انتگرالهای چندگانه.....۳۶۱ | |
| ۱۱-۱ مقدمه.....۳۶۱ | |
| ۱۱-۲ افراز مستطیلهای. توابع پله‌ای.....۳۶۲ | |
| ۱۱-۳ انتگرال مضاعف یک تابع پله‌ای.....۳۶۳ | |
| ۱۱-۴ تعریف انتگرال مضاعف یک تابع تعریف شده | |
| و کراندار بر یک مستطیل.....۳۶۴ | |
| ۱۱-۵ انتگرالهای مضاعف بالایی و پایینی.....۳۶۵ | |
| ۱۱-۶ محاسبه انتگرال مضاعف به‌وسیله تکرار | |
| انتگرالگیری یک‌بعدی.....۳۶۶ | |
| ۱۱-۷ تعبیر هندسی انتگرال مضاعف به‌عنوان حجم.....۳۶۷ | |
| ۱۱-۸ مثالهای حل شده.....۳۶۸ | |
| ۱۱-۹ تمرین.....۳۶۹ | |
| ۱۱-۱۰ انتگرالپذیری توابع پیوسته.....۳۷۰ | |
| ۱۱-۱۱ انتگرالپذیری توابع کراندار با ناپیوستگیها.....۳۷۲ | |
| | فصل ۱۰ انتگرالهای خط.....۳۳۱ |
| | ۱-۱۰ مقدمه.....۳۳۱ |
| | ۲-۱۰ مسیرها و انتگرالهای خط.....۳۳۱ |
| | ۳-۱۰ نمادهای دیگر برای انتگرالهای خط.....۳۳۲ |
| | ۴-۱۰ خواص اساسی انتگرالهای خط.....۳۳۴ |
| | ۵-۱۰ تمرین.....۳۳۶ |
| | ۶-۱۰ مفهوم کار به‌صورت انتگرال خط.....۳۳۶ |
| | ۷-۱۰ انتگرالهای خط نسبت به طول قوس.....۳۳۷ |
| | ۸-۱۰ کاربردهای دیگر انتگرالهای خط.....۳۳۸ |
| | ۹-۱۰ تمرین.....۳۳۹ |
| | ۱۰-۱۰ مجموعه‌های همبند باز. استقلال از مسیر.....۳۴۰ |

| | | |
|----------|---|---|
| ۴۲۳..... | فصل ۱۲ انتگرالهای سطح | ۱۲-۱۱ تعمیم انتگرالهای مضاعف روی ناحیه های |
| ۴۲۳..... | ۱-۱۲ نمایش پارامتری سطح | کلینتر..... ۳۷۳ |
| ۴۲۶..... | ۲-۱۲ حاصل ضرب برداری اساسی | ۱۳-۱۱ کاربردهایی در مساحت و حجم..... ۳۷۵ |
| ۴۲۹..... | ۳-۱۲ حاصل ضرب برداری اساسی به عنوان قائم به سطح | ۱۴-۱۱ مثالهای حل شده..... ۳۷۶ |
| ۴۲۹..... | ۴-۱۲ تمرین | ۱۵-۱۱ تمرین..... ۳۷۸ |
| ۴۳۰..... | ۵-۱۲ مساحت یک سطح پارامتری | ۱۶-۱۱ کاربردهای دیگری از انتگرالهای مضاعف..... ۳۸۰ |
| ۴۳۵..... | ۶-۱۲ تمرین | ۱۷-۱۱ دو قضیه از پاپوس..... ۳۸۳ |
| ۴۳۶..... | ۷-۱۲ انتگرالهای سطح | ۱۸-۱۱ تمرین..... ۳۸۴ |
| ۴۳۸..... | ۸-۱۲ تغییر نمایش پارامتری | ۱۹-۱۱ قضیه گریندر صفحه..... ۳۸۶ |
| ۴۴۰..... | ۹-۱۲ نمادهای دیگر برای انتگرالهای سطح | ۲۰-۱۱ چند کاربرد قضیه گرین..... ۳۸۹ |
| ۴۴۱..... | ۱۰-۱۲ تمرین | ۲۱-۱۱ شرط لازم و کافی برای گرادیان بودن یک میدان برداری دوبعدی..... ۳۹۰ |
| ۴۴۳..... | ۱۱-۱۲ قضیه استوکس | ۲۲-۱۱ تمرین..... ۳۹۲ |
| ۴۴۵..... | ۱۲-۱۲ کرل و دیورژانس یک میدان برداری | * ۱۱-۲۳ قضیه گرین برای ناحیه های همبند چندگانه..... ۳۹۴ |
| ۴۴۷..... | ۱۳-۱۲ تمرین | * ۱۱-۲۴ عدد گردشی..... ۳۹۶ |
| ۴۴۸..... | ۱۴-۱۲ خواص دیگر کرل و دیورژانس | * ۱۱-۲۵ تمرین..... ۳۹۸ |
| ۴۵۲..... | ۱۵-۱۲ تمرین | ۲۶-۱۱ تغییر متغیر در انتگرال مضاعف..... ۳۹۹ |
| ۴۵۳..... | * ۱۶-۱۲ بازسازی یک میدان برداری از کرل خود | ۲۷-۱۱ حالات خاص فرمول تبدیل..... ۴۰۳ |
| ۴۵۶..... | * ۱۷-۱۲ تمرین | ۲۸-۱۱ تمرین..... ۴۰۶ |
| ۴۵۸..... | ۱۸-۱۲ تعمیمهای قضیه استوکس | ۲۹-۱۱ برهان فرمول تبدیل در حالت خاص..... ۴۰۸ |
| ۴۶۱..... | ۱۹-۱۲ قضیه دیورژانس (قضیه گاوس) | ۳۰-۱۱ برهان فرمول تبدیل در حالت کلی..... ۴۱۰ |
| ۴۶۴..... | ۲۰-۱۲ کاربردهای قضیه دیورژانس | ۳۱-۱۱ تعمیم به ابعاد بالاتر..... ۴۱۲ |
| ۴۶۶..... | ۲۱-۱۲ تمرین | ۳۲-۱۱ تغییر متغیر در انتگرال n گانه..... ۴۱۴ |
| | | ۳۳-۱۱ مثالهای حل شده..... ۴۱۶ |
| | | ۳۴-۱۱ تمرین..... ۴۱۹ |

قسمت سه

مباحث ویژه

| | | |
|----------|--|---------------------------------|
| ۴۷۴..... | ۲-۱۳ توابع مجموعه ای به طور متناهی جمعی | فصل ۱۳ توابع مجموعه ای و احتمال |
| ۴۷۶..... | ۳-۱۳ اندازه های به طور متناهی جمعی | ۴۷۳ |
| ۴۷۶..... | ۴-۱۳ تمرین | مقدماتی |
| ۴۷۸..... | ۵-۱۳ تعریف احتمال برای فضاهای نمونه متناهی | ۱-۱۳ مقدمه تاریخی..... ۴۷۳ |

| | | | |
|----------|---|----------|--|
| ۶۰۶..... | ۱۵-۱۸ تمرین..... | ۵۸۵..... | ۱۵-۶ چند جمله‌ایهای درونیاب..... |
| ۶۰۸..... | ۱۵-۱۹ انتگرالگیری تقریبی، قاعده دوزنقه..... | ۵۸۸..... | ۱۵-۷ نقاط درونیابی متساوی الفاصله..... |
| ۶۱۱..... | ۱۵-۲۰ قاعده سیمپسون..... | ۵۸۹..... | ۱۵-۸ تحلیل خطا در درونیابی چند جمله‌ای..... |
| ۶۱۵..... | ۱۵-۲۱ تمرین..... | ۵۹۱..... | ۱۵-۹ تمرین..... |
| ۶۱۹..... | ۱۵-۲۲ فرمول جمع‌بندی اوایلر..... | ۵۹۴..... | ۱۵-۱۰ فرمول درونیابی نیوتن..... |
| ۶۲۴..... | ۱۵-۲۳ تمرین..... | ۵۹۶..... | ۱۵-۱۱ نقاط درونیابی متساوی الفاصله، عملگر تفاضلی پیشرو..... |
| ۶۲۶..... | مراجع پیشنهادی..... | ۵۹۸..... | ۱۵-۱۲ چند جمله‌ایهای فاکتوریل..... |
| ۶۲۹..... | پاسخنامه..... | ۵۹۸..... | ۱۵-۱۳ تمرین..... |
| ۶۸۵..... | واژه‌نامه فارسی به انگلیسی..... | ۶۰۱..... | ۱۵-۱۴ مسئله مینیم نسبت به نرم max..... |
| ۶۹۵..... | واژه‌نامه انگلیسی به فارسی..... | ۶۰۱..... | ۱۵-۱۵ چند جمله‌ایهای چیشف..... |
| | | ۶۰۴..... | ۱۵-۱۶ خاصیت مینیمال چند جمله‌ایهای چیشف..... |
| | | ۶۰۵..... | ۱۵-۱۷ کاربرد در فرمول خطا برای درونیابی..... |

قسمت یک
آنالیز خطی